

Recibido: 2026-02-02

Aceptado: 2026-03-02

Publicado: 2026-04-01

Uso de material concreto para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en educación básica

Use of concrete materials for the development of logical-mathematical thinking in basic education

Autores

Fanny Guadalupe García Arciniegas¹
guadalupe.garcia@docentes.educacion.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0002-5169-9053>
Ministerio de Educación, Deporte y Cultura
Ecuador

Jaramillo Aguilar Tania Liliana²
tania.l.jaramillo@docentes.educacion.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0008-6804-5236>
Ministerio de Educación, Deporte y Cultura
Ecuador

Erika Patricia Buñay Yungán³
erikap.bunay@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0005-9515-5471>
Ministerio de Educación, Deporte y Cultura
Ecuador

Edith del Rocío Mora Bosquez⁴
delrocio.mora@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0001-3364-3729>
Ministerio de Educación, Deporte y Cultura
Ecuador

Alexandra Rocio Martínez Choez⁵
alexandra_5000@hotmail.es
<https://orcid.org/0009-0003-1925-6233>
Independiente
Ecuador



Resumen

El presente estudio busca determinar la incidencia que tiene el uso sistemático y mediado pedagógicamente del material concreto para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y la resolución de problemas complejos, en estudiantes de educación básica superior de instituciones fiscales del Ecuador. Se utilizó la metodología cuantitativa, con el diseño de cuasi experimental de pretest-postest con grupo control no equivalente. La muestra estuvo compuesta de 155 estudiantes de octavo, noveno y décimo año de educación básica superior de las provincias de Manabí, El Oro y Guayas, y se subdividieron en grupo experimental ($n = 78$) y grupo control ($n = 77$). La intervención se desarrolló durante diez semanas en el enfoque Concreto-Representacional-Abstracto (CRA) y utilizó regletas, bloques multibase, geoplanos y material fraccionario en secuencias orientadas a la resolución de problemas complejos. Con respecto a esta muestra, se aplicó la técnica de ANCOVA y se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el grupo experimental ($p < .001$; $\eta^2 = .18$). Asimismo, se reportaron mejoras en argumentación, transferencia de estrategias y autorregulación del aprendizaje. Se ratifica que el uso sistemático y mediado pedagógicamente del material concreto fortalece la resolución de problemas, el razonamiento y pensamiento matemático en los estudiantes, siempre que se les oriente acerca de las conexiones que se presentan en los diferentes tipos de representaciones. En conclusión, el enfoque CRA constituye una estrategia metodológica efectiva y sostenible para la promoción del pensamiento lógico-matemático en la educación básica, proporcionando evidencia empírica relevante para la innovación pedagógica en contextos educativos públicos.

Palabras clave: Material Concreto; Pensamiento Lógico-Matemático; Enfoque CRA; Resolución De Problemas Complejos; Educación Básica; Representaciones Matemáticas; Innovación Educativa.

Abstract

This study analyzed the impact of the planned use of concrete materials on the development of logical-mathematical thinking and complex problem-solving skills among lower secondary students in public schools in Ecuador. A quantitative approach with a quasi-experimental pretest–posttest design and non-equivalent control group was employed. The sample consisted of 155 students from eighth, ninth, and tenth grades in the provinces of Manabí, El Oro, and Guayas, distributed into an experimental group ($n = 78$) and a control group ($n = 77$). The ten-week intervention was structured under the Concrete–Representational–Abstract (CRA) approach and incorporated Cuisenaire rods, base-ten blocks, geoboards, and fraction manipulatives into problem-solving sequences. ANCOVA results revealed statistically significant differences in favor of the experimental group ($p < .001$; $\eta^2 = .18$). Improvements were also observed in mathematical argumentation, strategy transfer, and self-regulation. Findings confirm that the systematic and pedagogically mediated use of concrete materials enhances conceptual understanding and mathematical reasoning when explicit connections between concrete and symbolic representations are emphasized. The study concludes that the CRA approach constitutes an effective and sustainable instructional strategy to foster logical-mathematical thinking in lower secondary education, providing empirical evidence for pedagogical innovation in public educational contexts.

Keywords: Concrete Materials; Logical-Mathematical Thinking; CRA Approach; Complex Problem Solving; Basic Education; Mathematical Representations; Educational Innovation.

Introducción

El desarrollo del pensamiento lógico-matemático en la educación básica constituye un objetivo prioritario en los sistemas educativos contemporáneos, dado su impacto en la resolución de problemas, la toma de decisiones y la transferencia de aprendizajes a contextos reales. En este marco, el uso de material concreto —como regletas, bloques multibase, geoplanos y otros recursos manipulativos— se fundamenta en enfoques constructivistas que reconocen la importancia de la acción y la representación en la construcción del conocimiento matemático. Evidencia más reciente indica que los procesos cognitivos relacionados con la comprensión conceptual y el razonamiento se activan mediante el uso de manipulativos integrados con estrategias de enseñanza estructuradas (Byrne et al., 2023).

Además, la literatura indica que la transición gradual entre representaciones concretas, pictóricas y abstractas fortalece la consolidación de esquemas mentales y la retención del aprendizaje matemático (Prosser & Bismarck, 2023). En los primeros años de escolaridad, este enfoque es especialmente relevante, ya que el uso de manipulativos y la experimentación son medios fundamentales para apoyar el aprendizaje formal de los niños.

En la región latinoamericana, fortalecer el razonamiento matemático sigue siendo un desafío estructural. La literatura reciente concluye que el desarrollo del pensamiento lógico está condicionado a la implementación de estrategias que integren la resolución de problemas junto con la mediación activa, yendo más allá de estrategias que se limitan a la repetición procesal (Álvarez Piza et al., 2024a). En este sentido, el uso de manipulativos ha surgido como una alternativa didáctica efectiva para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos abstractos y promover el aprendizaje significativo (Alarcón Burneo et al., 2024).

Reciente evidencia empírica ha examinado la efectividad del enfoque Concreto-Representacional-Abstrato (CRA) en contextos escolares. Una revisión meta-analítica demostró efectos positivos y estadísticamente significativos del modelo CRA sobre el rendimiento matemático, especialmente en estudiantes con discapacidades de aprendizaje (Ebner et al., 2025). Además, investigaciones en educación elemental han indicado que

el uso sistemático de manipulativos fomenta la comprensión de conceptos geométricos a través de la exploración activa y la argumentación (Ponte et al., 2023).

Asimismo, revisiones sistemáticas han enfatizado la importancia de integrar tanto manipulativos físicos como virtuales para aumentar la motivación y la comprensión de las matemáticas en la educación primaria (Ochugboju & Diez-Palomar, 2025). Además, el impacto positivo que el uso de las herramientas digitales auténticas puede tener en la representación y el modelado de los estudiantes en el aula, también ha sido registrado (Sakurai et al., 2023).

Desde la perspectiva iberoamericana, la utilización de metodologías activas, como el aprendizaje basado en proyectos, y el uso de manipulativos, han mostrado una sinergia que ha beneficiado la mejora de las competencias matemáticas contextualizadas (Izagirre et al., 2020). Asimismo, algunas de las propuestas STEAM en la educación primaria han evidenciado que el uso de materiales manipulativos en las secuencias didácticas/metodológicas de forma estructurada incrementa la participación, fundamentación y mejora la comprensión conceptual (Moreno Badás & García-Terceño, 2024).

El uso de metodologías activas (aprendizaje basado en problemas, aprendizaje basado en proyectos) induce el desarrollo de la capacidad de razonamiento lógico-matemático y la integración de la resolución de problemas en esas metodologías fortalece aún más esta capacidad (Álvarez Piza et al., 2024b; Jiménez Bajaña et al., 2024). En relación a los hallazgos mencionados, el aprendizaje colaborativo también ha mostrado un impacto positivo en los ejercicios de razonamiento matemático, así como en la aplicación de estrategias de manera holística en la vida diaria (Bernal Párraga et al., 2025).

En el contexto de Ecuador, se han notado las dificultades con la comprensión de conceptos abstractos y los problemas relacionados con la implementación de nuevas estrategias para mejorar el rendimiento en el nivel de Educación Básica, particularmente en la enseñanza de matemáticas (Fierro Barrera et al., 2024). Desde esta perspectiva, el fortalecimiento de los docentes en la implementación de metodologías activas e innovadoras se convierte en un factor clave para asegurar el uso constructivo de los recursos didácticos en el aula (Arequipa Molina et al., 2024).

Además, los estudios de investigación sobre gamificación, así como el uso de tecnologías digitales en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas, argumentan que el propósito principal de una innovación pedagógica debe centrarse en la mejora de la motivación de los estudiantes, sin embargo, esto también necesita enfatizar el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior, así como la capacidad de transferir estas habilidades en diferentes contextos (Bernal Párraga et al., 2024, Guishca Ayala et al., 2024). El uso de algunas estrategias de aprendizaje que sean interactivas y que utilicen a las TIC ha mostrado valor al desarrollo del pensamiento lógico, siempre que se establezcan de manera intencionada metas curriculares, así como el uso de evaluación formativa (Cosquillo Chida et al., 2025).

Hay construcciones pedagógicas que pese a contar con ventaja, no utilizan de manera integral los materiales didácticos de los que se dispone. En variada totalidad centrada en funciones de mera demostración o instruccional, no se aseguran los cambios en el uso a niveles de mayor abstracción en la resolución de problemas complejos, además, la institucionalidad, la formación del personal, y la disponibilidad de los insumos, son elementos que se evidencian y que funcionan como condicionantes o determinantes en los niveles de aprendizaje alcanzados (Franklin & Chang, 2025). En la más reciente geografía de la investigación, se ha determinado que, el uso de materiales didácticos y el logro de aprendizaje, no son correlativos y que los resultados que se obtienen son dependientes de la claridad en la propuesta metodológica y de la orientación pedagógica (Armijos Saca, 2025).

Por ende, queda evidencia en la literatura que el diseño y construcción de secuencias didácticas en relación a materiales didácticos de apoyo en la educación básica superior en relación a desarrollo del pensamiento lógico y la resolución de problemas complejos, más aún en el contexto del sistema fiscal ecuatoriano, son escasos.

Este estudio comienza con la suposición de que el material concreto, si se integra de manera planificada en una progresión representacional y acompañado de una mediación, puede ser un medio para la comprensión más profunda y el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático. Más allá del papel instrumental, los manipulativos deben verse como herramientas cognitivas que ayudan en la construcción de significados y la

metacognición, promoviendo así un aprendizaje transferible y duradero (Byrne et al., 2023; Ebner et al., 2025).

La evidencia internacional y nacional sugiere que la combinación de la resolución de problemas, el aprendizaje colaborativo y el uso estructurado de ayudas didácticas, fortalece el desarrollo del pensamiento lógico en contextos reales de aula (Álvarez Piza et al., 2024a; Bernal Párraga et al., 2025). Desde esta perspectiva, el uso del material concreto se concibe como una estrategia de enseñanza con el potencial de integrar la comprensión conceptual, el razonamiento matemático y la transferencia estratégica.

El propósito del estudio es analizar el impacto del uso planificado de materiales concretos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los estudiantes de primaria, enfocándose en la resolución de problemas complejos. En línea con este propósito, la investigación tiene como objetivos, primero, determinar el efecto de una intervención didáctica estructurada bajo el enfoque Concreto-Representacional-Abstracto (CRA) en el fortalecimiento de habilidades cognitivas como el razonamiento, la representación, la argumentación y la transferencia de estrategias matemáticas. En segundo lugar, se propone comparar el rendimiento de los estudiantes antes y después de la implementación de la secuencia didáctica, con el fin de identificar cualquier mejora significativa en los niveles de comprensión conceptual y la capacidad de resolver problemas de maneras no rutinarias. El estudio también busca analizar las condiciones pedagógicas y metodológicas que mejoran la efectividad de los materiales concretos en el aula, en lo que respecta a la mediación del docente, la secuenciación de actividades y la alineación con el currículo oficial.

Finalmente, se espera generar evidencia empírica que respalde las decisiones pedagógicas y de política destinadas a mejorar la enseñanza de las matemáticas en la educación básica, fomentando prácticas docentes que sean basadas en evidencia y centradas en el aprendizaje significativo.

Métodos y Recursos

Se adoptó un diseño pretest-posttest con un marco de investigación de grupo de control no equivalente para cumplir con las restricciones éticas y organizativas típicas de la investigación escolar (Waddington et al., 2022). Este marco permite a los investigadores estimar el efecto de una intervención educativa mientras controlan las diferencias iniciales utilizando el pretest como covariable (Miyazaki et al., 2022). Se ha puesto más énfasis en estimar los efectos del tratamiento con el objetivo de aumentar la precisión en la estimación de esos efectos). Las lecciones se enmarcaron bajo el enfoque Concreto-Representación-Abstracción (CRA) y un estudio de investigación ha mostrado evidencia empírica positiva para fortalecer tanto la comprensión conceptual como la retención del aprendizaje de Matemáticas cuando se utiliza el enfoque CRA en combinación con una intervención pedagógica sistemática (Prosser & Bismarck, 2023; Ebner et al., 2025). El estudio abarcó 10 semanas, con sesiones de 90 minutos integradas en el horario regular de Matemáticas y realizadas de manera presencial.

Los participantes en la muestra fueron 155 estudiantes de educación general básica superior (octavo, noveno, y décimo año) de escuelas públicas presenciales en las provincias de Manabí, El Oro y Guayas, en Ecuador. La división por género fue 55% varones ($n = 85$) y 45% mujeres ($n = 70$). La asignación a los grupos fue hecha utilizando un muestreo intencionado por conglomerados naturales (aulas intactas) y respetando la organización institucional: el grupo experimental se conformó por 78 estudiantes y el grupo de control por 77. La equivalencia inicial entre los grupos fue verificada mediante la comparación de medias del pretest, donde se reportaron ausencias de diferencias estadísticamente significativas ($p > .05$). El tamaño muestral es adecuado para la detección de efectos de tamaño medio en diseños pretest – posttest con análisis de covarianza, garantizando niveles aceptables de potencia estadística (Bulus, 2021; Van Breukelen et al., 2023). Se consideraron como criterios de inclusión estar matriculado de manera activa en la modalidad presencial, presentar una asistencia igual o superior al 80% durante la intervención y un consentimiento informado firmado por los representantes legales junto con el asentimiento del estudiante.

La intervención combinó Materiales Estructurados Concretos (CSM) y recursos digitales en línea con las recomendaciones recientes sobre el uso de manipulativos físicos y virtuales integrados en la enseñanza de las matemáticas (Ochugboju & Díez-Palomar, 2025). Entre los materiales concretos utilizados se incluyeron varillas Cuisenaire, bloques base 10, tableros geo físicos, tangrams y materiales fraccionarios circulares y rectangulares, seleccionados por su potencial para facilitar la transición entre diversas representaciones y el desarrollo de habilidades de modelado. En cuanto a las ayudas digitales, se empleó el uso de manipulativos virtuales y software dinámico para representaciones matemáticas para reforzar la visualización y la verificación de conjeturas. La literatura señala que las herramientas físicas y digitales se complementaron mutuamente y que la comprensión conceptual y el compromiso cognitivo aumentaron cuando hubo un diseño pedagógico intencional (Byrne et al., 2023; Ochogboju & Díez-Palomar, 2025).

El procedimiento se organizó en cuatro fases interrelacionadas. En la fase de planificación, diseñamos secuencias de enseñanza de acuerdo con el currículo ecuatoriano para la educación básica superior, estructuradas bajo la progresión CRA y centradas en la resolución de problemas contextualizados complejos. En la segunda fase, administramos un pretest y una prueba inicial de resolución de problemas sobre razonamiento lógico-matemático. Durante la tercera fase, realizamos una intervención con el grupo experimental, utilizando actividades que comenzaban con exploración concreta, pasaban a representaciones pictóricas y terminaban con razonamiento simbólico formal, incluyendo discusión matemática y razonamiento argumentativo sobre los procedimientos. El grupo de control continuó con una metodología tradicional basada en conferencias y resolución de problemas del libro de texto. Finalmente, en la cuarta fase, se aplicó la post-prueba para evaluar los cambios producidos por la intervención. La estructura metodológica se basa en evidencia que apoya la efectividad del enfoque CRA cuando se hacen explícitas las conexiones entre representaciones y se promueve la reflexión metacognitiva (Prosser & Bismarck, 2023; Ebner et al., 2025).

Se utilizaron tres instrumentos para la recolección de datos en este estudio. En primer lugar, una prueba estandarizada de diagnóstico lógico-matemático, con 25 ítems, de selección múltiple y de respuesta abierta, con una consistencia interna de alfa de



Cronbach .87. En segundo lugar, una prueba de resolución de problemas de alta complejidad, cuya evaluación se efectuó a través de una rúbrica analítica con una confiabilidad de .84. En tercero, una escala de motivación académica para la matemática, adaptada y validada para el nivel de educación básica, con base en la psicometría contemporánea (Ramos et al., 2022). Justificar la inclusión de la motivación, se sustenta en la evidencia en investigación acerca de la motivación matemática y el rendimiento (Fiorella et al., 2021). Además de ello, se cuenta con una hoja de observación para la documentación de la calidad de la implementación y la participación de los estudiantes durante las clases.

El análisis estadístico se realizó a través de SPSS v.27 e incluyó estadísticas descriptivas, pruebas de normalidad y pruebas de homogeneidad de varianza. Para determinar la equivalencia inicial, se utilizó la prueba t para muestras independientes en el pretest. El impacto de la intervención se estimó a través del análisis de covarianza (ANCOVA), siendo el postest la variable dependiente y el pretest actuando como covariable, lo cual es el procedimiento recomendado para controlar posibles diferencias iniciales en diseños cuasi-experimentales (Miyazaki et al, 2022). Se calcularon tamaños del efecto (η^2 y d de Cohen) para estimar la magnitud del impacto. Considerando la posible estructura jerárquica de los datos (estudiantes anidados dentro de aulas), se realizó un análisis de sensibilidad utilizando modelos mixtos, de acuerdo con las recomendaciones metodológicas para estudios educativos con medidas repetidas (Van Breukelen et al. 2023).

Desde el punto de vista ético, el estudio cumplió con los principios de voluntariedad, confidencialidad y minimización de riesgos, contando con aval institucional, consentimiento informado y asentimiento por parte de los estudiantes. Se abordaron los más recientes lineamientos sobre investigación con niños y adolescentes, sobre todo los que atañen a la protección de los datos y la consideración ética en la participación (Loveridge et al., 2024). Del mismo modo, se evitó el establecimiento de incentivos que pudiesen considerarse como coacción a la participación (Taplin et al., 2019). Los datos fueron tratados y custodiados de manera anónima.

Una de las metas del estudio que se muestra de manera más evidente es el establecimiento de la base empírica que se enmarca en el contexto del sistema educativo fiscal en Ecuador en su modalidad presencial. Aun así, se reconocen las limitaciones consustanciales al diseño cuasi-experimental, tales como la falta de aleatorización individual y la posible acción de variables institucionales que no fueron controladas, aunque este tipo de diseño es aceptado como válido en la captura de evidencia en el contexto de la investigación educativa aplicada (Waddington et al., 2022).

Resultados

Con $n = 155$ ($GE = 78$; $GC = 77$), los resultados cuantitativos evidenciaron mejoras superiores en el grupo experimental (GE) tras la intervención con material concreto y progresión CRA. En el pretest de pensamiento lógico-matemático, ambos grupos mostraron medias comparables; en el postest, el GE incrementó su rendimiento de forma más marcada (Tabla 1). El análisis ANCOVA (postest como variable dependiente; grupo como factor; pretest como covariable) mostró un efecto significativo del grupo en el postest, controlando el desempeño inicial ($p < .001$), con un tamaño de efecto parcial elevado ($\eta^2 = .18$), lo que respalda la hipótesis de que el uso planificado de material concreto mejora el pensamiento lógico-matemático. Estos resultados son consistentes con síntesis recientes que reportan efectos positivos del enfoque CRA sobre el rendimiento matemático (Ebner et al., 2025) y con evidencia que destaca la utilidad de la visualización externa (analógica y digital) para favorecer el aprendizaje matemático (Schoenherr et al., 2024).

Adicionalmente, en el GE se observó una correlación moderada y significativa entre motivación matemática y postest ($r = .42$; $p < .001$), sugiriendo que el componente manipulativo-representacional se asoció con mayor compromiso y desempeño. Esto se alinea con hallazgos que señalan beneficios cognitivos y afectivos del uso de recursos didácticos, aunque con variabilidad según implementación y contexto escolar (Armijos Saca, 2025). En conjunto, los resultados cuantitativos confirman el cumplimiento del objetivo general y de los objetivos específicos vinculados a (a) mejora del rendimiento y (b) fortalecimiento del desempeño en resolución de problemas.

Tabla 1

Estadísticos descriptivos del pretest y postest del puntaje total de pensamiento lógico-matemático (0–100))

Grupo	N	Media Pre	DE Pre	Media Post	DE Post
Experimental (GE)	78	50.82	10.41	72.31	10.29
Control (GC)	77	51.27	10.12	60.44	9.83
Total	155	51.04	10.26	66.41	11.53

Nota. DE = desviación estándar. Fuente: Elaboración propia

El componente cualitativo se sustentó en observaciones estructuradas realizadas durante las sesiones, orientadas a registrar (a) uso de representaciones, (b) interacción colaborativa, (c) argumentación matemática y (d) autorregulación. El análisis temático-categorial permitió identificar cuatro categorías emergentes (Tabla 2). En el GE predominó la transición representacional (concreto→pictórico→simbólico), evidenciada en verbalizaciones como “primero lo armo con bloques y luego lo paso al cuaderno”, junto con una mayor frecuencia de explicación de procedimientos y verificación de resultados. Estas conductas se asociaron con tareas no rutinarias, donde el material concreto operó como soporte para explorar relaciones y justificar decisiones.

También se registró un aumento del trabajo colaborativo (turnos de explicación, negociación de estrategias y contraste de respuestas), especialmente en problemas multietapa. En contraste, en el GC se observaron con mayor frecuencia estrategias centradas en repetición procedimental y dependencia del docente para validar respuestas. Este patrón cualitativo es coherente con evidencia que muestra que el uso de manipulativos concretos y virtuales favorece el aprendizaje cuando promueve interacciones significativas y construcción de sentido (Ahmad & Siller, 2024), y con estudios que reportan mejoras en engagement y actitudes cuando se integran manipulativos digitales en secundaria básica (Mahmuti & Arifi, 2025).

En síntesis, los datos cualitativos refuerzan que el efecto de la intervención no se limita a un aumento de puntajes, sino que se asocia con cambios observables en prácticas de aula: mayor explicitación de representaciones, argumentación y control metacognitivo de los procedimientos.

Tabla 2

Frecuencias de categorías emergentes en el grupo experimental (GE)

Categoría	Frecuencia %	
C1. Transición representacional (C→R→A)	64	41.3
C2. Argumentación y justificación de procedimientos	41	26.5
C3. Colaboración y co-regulación	32	20.6
C4. Persistencia/autorregulación ante error	18	11.6
Total	155	100.0

Nota. Datos provenientes del registro sistemático de observación codificada durante la intervención del grupo experimental.

La convergencia entre resultados cuantitativos y cualitativos es clara: el incremento del GE en el posttest se acompaña de cambios observables en la forma de aprender y resolver problemas. En términos cuantitativos, el efecto significativo del grupo (ANCOVA; $\eta^2 = .18$) indica que, controlando el nivel inicial, el GE alcanzó un desempeño superior; cualitativamente, este resultado se explica por una mayor densidad de transiciones representacionales y por el incremento de argumentación matemática durante las tareas. Esta convergencia coincide con revisiones que atribuyen al CRA un aporte sustantivo cuando la enseñanza explicita conexiones entre niveles de representación y promueve razonamiento (Ebner et al., 2025).

Asimismo, el hallazgo de correlación motivación-rendimiento en el GE encuentra respaldo en investigaciones que reportan que el uso de recursos didácticos puede



fortalecer la comprensión y el compromiso, aunque mediado por la calidad de implementación (Armijos Saca, 2025). La observación de cooperación y co-regulación en el GE también es compatible con resultados que señalan que la integración de manipulativos (concretos/virtuales) facilita la participación y el engagement, especialmente al abordar contenidos geométricos y de medida (Mahmuti & Arifi, 2025).

En cuanto a divergencias, mientras el GC mostró una mejora moderada (posible efecto de práctica y escolaridad regular), los registros cualitativos evidenciaron menor variedad estratégica y menor verificación autónoma. Este contraste sugiere que el incremento del GE no se explica solo por exposición a contenidos, sino por una mediación didáctica que favoreció visualización, construcción de significado y argumentación, en línea con la evidencia sobre el papel de visualizaciones para aprender matemáticas (Schoenherr et al., 2024) y sobre el aporte de manipulativos para distintos niveles de logro (Ahmad & Siller, 2024).

En conjunto, los resultados respaldan la hipótesis del estudio: el uso planificado de material concreto, articulado mediante progresión CRA y tareas de resolución de problemas, mejora significativamente el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de educación básica superior. En lo cuantitativo, el GE incrementó su media de 50.82 a 72.31, mientras el GC pasó de 51.27 a 60.44; el efecto del grupo se mantuvo al controlar el pretest (ANCOVA; $p < .001$; $\eta^2 = .18$). En lo cualitativo, los registros mostraron que el GE presentó mayor frecuencia de transición representacional, argumentación de procedimientos, colaboración y autorregulación, patrones que permiten interpretar el aumento de desempeño como resultado de prácticas cognitivas más profundas, no solo de repetición.

Estos hallazgos se alinean con evidencia meta-analítica sobre la efectividad del CRA (Ebner et al., 2025) y con investigaciones que destacan beneficios de manipulativos (concretos/virtuales) en engagement y aprendizaje cuando se integran con intención pedagógica (Ahmad & Siller, 2024; Mahmuti & Arifi, 2025). Además, la relevancia de la visualización como apoyo al aprendizaje matemático aporta un marco interpretativo para comprender la mejora del GE al trabajar con representaciones externas (Schoenherr et al., 2024).

En términos educativos, se sugiere institucionalizar secuencias CRA en básica superior, acompañadas de formación docente para mediación y evaluación formativa, considerando que la disponibilidad y pertinencia de recursos influyen en resultados (Armijos Saca, 2025). Como líneas futuras, se recomienda analizar efectos longitudinales, comparar tipos específicos de manipulativos (físicos vs. virtuales) y modelar el efecto del aula/centro (anidamiento) sobre el impacto de la intervención.

Discusión

El objetivo general del estudio fue establecer la incidencia de una intervención didáctica que utilice materiales estructurados dentro del marco del enfoque Concreto–Representacional–Abstracto (CRA), sobre la formación del pensamiento lógico-matemático y la resolución de problemas en estudiantes de educación básica superior. Los resultados alcanzados permiten validar la hipótesis de la investigación: la implementación sistemática de materiales concretos significó avances estadísticamente significativos en el grupo experimental por sobre el control.

Desde esta perspectiva, se pueden explicar estos resultados teniendo en cuenta el modelo de integración representacional, el cual considera que el aprendizaje de las matemáticas se consolida en la medida que el estudiante maneja y articula diferentes registros (concreto, pictórico y simbólico), y que se relacionen explícitamente (Fyfe et al., 2022). En esta línea, la investigación más reciente establece que la relación articulada entre elementos manipulativos y su representación abstracta, favorece la comprensión de los conceptos, especialmente en los temas de valor posicional y razonamiento proporcional (Donovan & Fyfe, 2022).

El uso intencional de representaciones múltiples ha demostrado fortalecer el razonamiento matemático en tareas no rutinarias (Rittle-Johnson et al., 2020), para el caso del grupo experimental, el avance en las habilidades de argumentación y de transferencia es un claro ejemplo. Este resultado es igualmente cierto para el aula de matemáticas como una forma para facilitar un mayor desarrollo del razonamiento y de la verbalización de procedimientos, (Franco et al., 2024; Zamora Franco et al., 2024). En el presente estudio,

el material concreto no funcionó solo como un recurso visual, también como un mediador social que favoreció el intercambio argumentativo y la co-construcción del conocimiento.

La mejora observada en secundaria superior también es consistente con quienes han demostrado que en esos niveles el uso estructurado de manipulativos, cuando orienta la enseñanza hacia la formalización simbólica, mejora la comprensión de conceptos abstractos (Alarcón Burneo et al., 2024). Así, el material concreto no solo facilitó la representación, también la reorganización conceptual de forma progresiva.

Los resultados de este estudio coincidieron con metaanálisis recientes que muestran efectos positivos del uso estructurado de manipulativos en la educación matemática con el acompañamiento de mediación explícita por parte del docente (Reinhold et al., 2020). Del mismo modo, los estudios experimentales muestran que la efectividad del enfoque CRA se relaciona menos con el recurso en sí y más con la conexión explícita de los enlaces conceptuales y el andamiaje cognitivo (Bouck et al., 2021).

A nivel internacional, la investigación sobre visualización y aprendizaje matemático sugiere que las intervenciones que combinan representaciones concretas y simbólicas muestran mejoras significativas en la comprensión y la transferencia (Schoenherr et al., 2024). Estos hallazgos apoyan la interpretación de que la mejora observada en el grupo experimental es el resultado de un proceso de coordinación representacional y no meramente de un efecto motivacional.

El contexto latinoamericano destaca que los estudios comparativos entre gamificación y otras estrategias pedagógicas señalan que el impacto en el aprendizaje está relacionado con la profundidad cognitiva promovida por la metodología. De la misma manera, los estudios sobre gamificación e inteligencia artificial advierten que la innovación tecnológica aumenta la motivación pero no garantiza la mejora en el razonamiento matemático si no hay una estructuración conceptual rigurosa. En contraste, los resultados del presente estudio sugieren que el material concreto integrado en una secuencia CRA produce mejoras más estables en la comprensión conceptual.

En lo que tiene que ver con la integración de enfoques transformadores en el aula de clase, los hallazgos del estudio en mención de igual manera pueden demostrar en

investigaciones recientes que recalcan la importancia de la capacitación docente y la utilización de estrategias motivacionales mediante el uso de recursos didácticos. De esta manera se puede indicar que la formación del profesorado en el uso de herramientas innovadoras atiende de forma más efectiva la diversidad de necesidades educativas y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje (Troya Santillán et al., 2024). De la misma manera, investigaciones acerca de gamificación han demostrado que el incremento de la motivación estudiantil, cuando se articula con estrategias pedagógicas estructuradas, contribuye significativamente al compromiso cognitivo y al desarrollo de habilidades complejas (Jara Chiriboga et al., 2025).

Desde esta visión, los resultados logrados fortifican la idea de que la utilización del material concreto, al igual que otras estrategias activas, debe unirse dentro de un marco pedagógico intencional que junte motivación, mediación docente y profundidad conceptual. Por otro lado, la investigación sobre aprendizaje híbrido enfatiza la necesidad de incorporar estrategias activas que fomenten el pensamiento crítico y el compromiso de los estudiantes. En este sentido, el uso de manipulativos puede integrarse en modelos híbridos sin perder su potencial formativo.

El impacto de medidas pedagógicas usando concreto parece tener una cierta globalidad, aunque hay algunas controversias en la literatura. Algunos autores se han percibido el abuso en el uso de materiales concretos, sin el debido señalamiento hacia la abstracción, el uso de tales materiales podría producir una dependencia extra-mental (Carbonneau et al., 2013). En este sentido, y en razón de las advertencias, el objetivo del proyecto se vio en el éxito de lo que se planteó la intervención: una de las explicaciones que se han dado es la del paso de lo que se considera nivel simbólico, o el paso de la resolución de problemas contextualizados complejos.

Desde el punto de vista metodológico, aunque los ensayos aleatorizados ofrecen mayor control experimental, en la práctica escolar, los diseños cuasi-experimentales siguen siendo válidos y permiten la recolección de evidencia con alta validez ecológica (Cheung & Slavin, 2016).

Los hallazgos tienen implicaciones directas para las prácticas pedagógicas en la educación primaria superior. Muestran, en primer lugar, que el uso sistemático de materiales concretos puede fortalecer el pensamiento lógico-matemático cuando se incorpora en secuencias de enseñanza estructuradas dirigidas a la resolución de problemas contextualizados complejos. Esto está en línea con la investigación que enfatiza la necesidad de combinar manipulativos con enseñanza explícita y estrategias de evaluación formativa para maximizar su impacto (Fyfe et al., 2022).

¿Los hallazgos del estudio sobre habilidades colaborativas y argumentativas que se desarrollan? También se han documentado habilidades cooperativas y colaborativas fortalecidas en la literatura sobre los efectos positivos del trabajo cooperativo estructurado en el logro de los estudiantes en matemáticas (Franco et al., 2024; Zamora Franco et al., 2024). Además, el aspecto socioemocional también se vuelve relevante, ya que estudios recientes muestran que la autoestima y la autorregulación emocional afectan positiva y directamente el rendimiento académico (Vargas Castro et al., 2024; Bernal Párraga et al., 2025). La manipulación concreta puede mitigar la ansiedad matemática, proporcionar apoyo perceptual y aumentar la confianza al realizar tareas complejas.

Desde una perspectiva inclusiva, la literatura de investigación sobre estrategias educativas inclusivas ha enfatizado la necesidad de ofrecer una variedad de medios de representación y formas de cumplir tareas (Yaule Chingo et al., 2024). El material concreto, dado que proporciona diferentes puntos de acceso cognitivo en relación con el contenido, se ajusta bien a este marco.

Asimismo, la investigación sobre estrategias activas aplicadas en diferentes áreas curriculares ha demostrado que el diseño instruccional enfocado en la participación activa y la construcción de significado resulta en mejoras significativas (Madrid Toapanta et al., 2024). Esto indica que la efectividad del material concreto puede estar en su incorporación en un enfoque pedagógico activo integral.

Este estudio contribuye al campo de la educación matemática al proporcionar investigación basada en evidencia empírica ubicada en el contexto del nivel de educación primaria en Ecuador, ampliando así el contexto de investigación latinoamericana en el

campo de estudio sobre el uso de materiales concretos. A diferencia de la investigación centrada únicamente en la educación primaria inicial, este estudio muestra que el enfoque CRA también es efectivo en la educación primaria superior.

Desde una perspectiva interdisciplinaria, los hallazgos se relacionan con investigaciones en psicología cognitiva que enfatizan la importancia de la representación externa en la formación del conocimiento matemático (Rittle-Johnson et al., 2020). También apoyan el razonamiento de que el aprendizaje matemático no es el resultado de un mero aprendizaje de procedimientos memorísticos, sino de la capacidad de articular representaciones y usarlas y transferirlas estratégicamente.

En relación con estudios sobre gamificación, aprendizaje híbrido y tecnologías educativas innovadoras (Orden Guamán et al., 2024; Troya Santillán et al., 2024; Serrano Aguilar et al., 2024), el material utilizado en la enseñanza de las matemáticas, cuando se combina con elementos de colaboración, inclusión y desarrollo socioemocional, se posiciona como una estrategia pedagógica fundamental (Vargas Castro et al., 2024; Bernal Párraga et al., 2025).

Los materiales utilizados para enseñar a través del método Concreto-Representacional-Abstracción (CRA) pueden ser analizados y evaluados a través de modelos de aprendizaje híbrido, que combinando diferentes métodos de aprendizaje, se han aplicado más ampliamente durante y después de la pandemia. En estudios recientes sobre la sistematización de métodos de aprendizaje híbrido se indica que, al planificar adecuadamente el proceso educativo, diferentes métodos de aprendizaje y diferentes entornos de aprendizaje (físico y digital) pueden ayudar a alcanzar los objetivos de individualización del aprendizaje de los estudiantes, de una manera u otra, así como la flexibilidad cognitiva y una comprensión más profunda (Serrano Aguilar et al., 2024). Al considerar y evaluar el aprendizaje híbrido analizando el proceso de aprendizaje relacionado con el uso de tecnologías digitales, los materiales específicos, siguiendo la estructura de la sala, no pueden ser evaluados como una oposición a las ciencias digitales, como oposición, sino en la etapa previa.

Además, los métodos de trabajo más recientes, basados en inteligencia artificial, analizando y evaluando los procesos de aprendizaje, muestran que un sistema adaptado, la integración de tecnologías digitales, puede ayudar a mejorar el rendimiento de los alumnos (Bernal Párraga et al., 2024). Sin embargo, las investigaciones científicas señalan que la tecnología, por sí sola, no puede ayudar a los estudiantes a desarrollar su pensamiento matemático si no hay una estructura de enseñanza positiva, organizada y clara. Esta afirmación coincide con los enunciados del análisis de trabajo, donde al analizar los resultados positivos del trabajo, no es dominante el recurso educativo manipulativo, sino su disposición, junto con, basándose en la explicación científica, la estructura educativa analizada.

El autor se refiere al caso del desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su fuerte vinculación con procesos de autorregulación y autonomía. Investigaciones recientes sobre la gestión del aula y el aprendizaje autónomo en educación básica muestran que en los casos de los aprendizajes en los que se evidencian estrategias de autorregulación y responsabilidad en el cumplimiento de los deberes, tales aprendizajes son más propensos a transferirse (Zambrano Vergara et al., 2024). En el grupo experimental de este estudio, la transición representacional y la verbalización de procesos sugieren la activación de procesos autorreguladores.

El componente socioemocional es mediador y debe ser considerado. La autorregulación emocional y la autoestima académica son predictivas del desempeño en matemáticas (Párraga et al., 2025). La materialidad puede ser útil para reducir la ansiedad matemática al ofrecer un soporte perceptivo que facilite la comprensión inicial de un problema, aumentando la confianza ante problemas más complejos.

Finalmente, las investigaciones sobre metodologías activas en el campo de las ciencias naturales y la educación ambiental muestran que la estructuración de experiencias manipulativas dentro de secuencias didácticas innovadoras aumenta tanto la participación activa como la comprensión de los elementos conceptuales (Bernal Párrag et al., 2024). Estos resultados son consistentes con el enfoque CRA, que va más allá de la manipulación física y guía estratégicamente al aprendiz hacia la abstracción de operaciones formales.

En general, la confluencia del aprendizaje híbrido, la inteligencia artificial, el aprendizaje autorregulado y las metodologías activas refuerza la comprensión de que los materiales de aprendizaje tangibles se vuelven verdaderamente efectivos como parte de un diseño pedagógico sistémico. Los materiales de aprendizaje sirven como más que solo una herramienta de aprendizaje aislada; en cambio, forman un componente estructural integral de los marcos educativos que incluyen múltiples representaciones, apoyo del docente y evaluación formativa.

El estudio destaca una vez más el valor del enfoque Concreto–Representacional–Abstracto como un marco pedagógico robusto para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, proporcionando, una vez más, evidencia aplicable y replicable en contextos educativos similares, reafirmando que la efectividad del material concreto depende de su integración intencionada en una secuencia didáctica que esté cuidadosamente elaborada y enseñada.

Conclusiones

Este estudio tuvo como objetivo evaluar el impacto del uso planificado de material concreto, estructurado en torno al enfoque Concreto–Representacional–Abstracto (CRA), en el pensamiento lógico-matemático y la resolución de problemas complejos de estudiantes de educación básica superior de instituciones educativas públicas en Ecuador. En coherencia con el objetivo general y la hipótesis propuesta, los resultados llevan a la conclusión de que la intervención didáctica realizada produjo mejoras estadísticamente significativas en el grupo experimental frente al grupo control, confirmando que el uso sistematizado y mediado pedagógicamente de materiales concretos mejora el razonamiento matemático.

Con respecto al primer objetivo específico, se confirmó que la secuencia didáctica basada en la progresión concreto-representacional-abstracto, entendimiento y transición efectiva a la reflexión simbólica formal. El aumento en las puntuaciones del post-test, junto con mejoras en la argumentación y la transferencia de estrategias, demostraron el papel del material concreto como mediador cognitivo y no meramente como recurso motivacional.

En cuanto al segundo objetivo específico, se pudo comprobar que el grupo experimental se destacó en el desempeño de test de resolución de problemas complejos, lo que indica que la manipulación de representaciones de forma estructurada contribuye a la formación de esquemas más flexibles y, en el caso de problemas complejos, más transferibles. Asimismo, el tercer objetivo que se relacionó con la identificación de condiciones pedagógicas efectivas, se logró comprobar que la mediación docente de forma explícita, la verbalización de los procedimientos y la vinculación de forma intencionada entre los diversos registros representacionales son condiciones que permiten optimizar el nivel de efecto que se puede generar con el recurso.

El sistema, los hallazgos permiten inferir que el uso de material concreto puede ser incorporado como una propuesta de estrategia curricular sostenible en educación básica superior, especialmente en la educación pública donde existen mayores condiciones para utilizar metodologías activas que sean de bajo costo y con un alto impacto formativo. Sin embargo, para que esto sea posible, son elementos esenciales la planificación didáctica, la formación de los docentes y la consistencia entre los objetivos, las actividades y la evaluación.

En cuanto a la proyección de la investigación, se sugiere la realización de estudios longitudinales que permitan examinar la duración de los efectos en el tiempo, así como estudios de tipo comparativo que analicen la presencia de diferencias en función del género, del nivel de desempeño previo y de la combinación de manipulativos físicos y digitales. De igual forma, en futuras investigaciones se podrían utilizar modelos de tipo multinivel para estimar el efecto que tiene el contexto institucional sobre la magnitud del efecto.

Este estudio confirma que el uso planificado y estructurado de materiales concretos es una estrategia didáctica efectiva para fomentar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en la educación primaria, proporcionando evidencia empírica contextualizada que respalda su incorporación como un componente estratégico en los contextos de innovación educativa y mejora de la calidad de la enseñanza en matemáticas.

Referencias Bibliográficas

- Ahmad, S., & Siller, H. S. (2024). Investigating the effect of manipulatives on mathematics achievement: The role of concrete and virtual manipulatives for diverse achievement level groups. *Journal on Mathematics Education*, 15(3), 979–1002. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i3.pp979-1002>
- Alvarez Piza, R. A., Del Hierro Pérez, M. C., Vera Molina, R. M., Moran Piguave, G. D., Pareja Mancilla, S. S., Narváez Hoyos, J. J., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas en matemáticas: Estrategias eficaces para la educación básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 2212–2229. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13686
- Arequipa Molina, A. D., Cruz Roca, A. B., Nuñez Calle, J. J., Moreira Velez, K. L., Guevara Guevara, N. P., Bassantes Guerra, J. P., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Formación docente en estrategias innovadoras y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 9597–9619. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13111
- Armijos Saca, R. A. (2025). Relación entre materiales didácticos y el rendimiento académico en educación primaria. *Revista InveCom*, 5(2), e502055. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13731223>
- Bernal Párraga, A. P., Haro Cedeño, E. L., Reyes Amores, C. G., Arequipa Molina, A. D., Zamora Batioja, I. J., Sandoval Lloacana, M. Y., & Campoverde Duran, V. D. R. (2024). La Gamificación como Estrategia Pedagógica en la Educación Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 6435–6465. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11834
- Bernal Parraga, A. P., Santin Castillo, A. P., Ordoñez Ruiz, I., Tayupanta Rocha, L. M., Reyes Ordoñez, J. P., Guzmán Quiña, M. de los A., & Nieto Lapo, A. P. (2024). La inteligencia artificial como proceso de enseñanza en la asignatura de estudios sociales. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(6), 4011–4030. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i6.15141
- Bernal Párraga, A. P., Alcívar Vélez, V. E., Pinargote Carreño, V. G., Pulgarín Feijoo, Y. A., & Medina Garate, C. L. (2025). Pensamiento lógico y resolución de problemas: El uso de estrategias de aprendizaje colaborativo para desarrollar habilidades de razonamiento matemático en contextos cotidianos. *Arandu UTIC*, 12 (1), 360–378. <https://doi.org/10.69639/arandu.v12i1.605>
- Bernal Párraga, A. P., Armijos Minuche, A. de L., Granda Floril, S. C., Belduma Bravo, J. del C., Quiroz Ponce, K. G., & Aguirre Zambrano, J. A. (2025). El impacto de la autorregulación emocional en el rendimiento académico: Estrategias para el desarrollo de habilidades socioemocionales en educación básica (Ecuador). *O Universo Observável*, 2(2). <https://doi.org/10.69720/29660599.2025.00053>
- Bernal Parraga, A. P., Cadena Morales, A. G., Cadena Morales, J. A., Mejía Quiñonez, J. L., Alcívar Vélez, V. E., Pinargote Carreño, V. G., & Tello Mayorga, L. E. (2024). Impacto de las Plataformas de Gamificación en la Enseñanza: Un Análisis de su Efectividad Educativa. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 2851–2867. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13742
- Bernal Párraga, A. P., Jaramillo Rodriguez, V. A., Correa Pardo, Y. C., Andrade Aviles, W. A., Cruz Gaibor, W. A., & Constante Olmedo, D. F. (2024). Metodologías Activas Innovadoras de Aprendizaje aplicadas al Medioambiente En Edades Tempranas desde el Área de Ciencias Naturales.

- Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 8(4), 2892-2916.
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12536
- Bognar, B., Mužar Horvat, S., & Jukić Matić, L. (2025). Characteristics of effective elementary mathematics instruction: A scoping review of experimental studies. *Education Sciences*, 15(1), 76. <https://doi.org/10.3390/educsci15010076>
- Bulus, M. (2021). Sample size determination and optimal design of randomized/non-equivalent pretest-posttest control-group designs. *Adiyaman University Journal of Educational Sciences*, 11(1), 48–69. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.941434>
- Byrne, E. M., Jensen, H., Thomsen, B. S., & Ramchandani, P. G. (2023). Educational interventions involving physical manipulatives for improving children’s learning and development: A scoping review. *Review of Education*, 11(2), e3400. <https://doi.org/10.1002/rev3.3400>
- Chan, J. W. Y. (2023). Examining the learning effects of concrete and abstract materials among university students using a two-dimensional approach. *British Journal of Educational Psychology*, 93(4), 1053–1071. <https://doi.org/10.1111/bjep.12619>
- Donovan, A. M., & Fyfe, E. R. (2022). Connecting concrete objects and abstract symbols promotes children’s place value knowledge. *Educational Psychology*. <https://doi.org/10.1080/01443410.2022.2077915>
- Ebner, S., MacDonald, M. K., Grekov, P., & Aspiranti, K. B. (2025). A meta-analytic review of the concrete-representational-abstract math approach. *Learning Disabilities Research & Practice*, 40(1), 31–42. <https://doi.org/10.1177/09388982241292299>
- Fierro Barrera , G. T., Aldaz Aimacaña, E. del R., Chipantiza Salán , C. M., Llerena Mosquera, N. C., Morales Villegas, N. R., Morales Armijo , P. A., & Bernal Párraga, A. P. (2024). El Refuerzo Académico en Educación Básica Superior en el Área de Matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 9639-9662. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13115
- Fiorella, L., Yoon, S. Y., Atit, K., Power, J. R., Panther, G., Sorby, S., Uttal, D. H., & Veurink, N. (2021). Validation of the Mathematics Motivation Questionnaire (MMQ) for secondary school students. *International Journal of STEM Education*, 8, 62. <https://doi.org/10.1186/s40594-021-00307-x>
- Franklin, A. V., & Chang, M. (2025). Meta-analysis for math teachers’ professional development and students’ achievement. *Education Sciences*, 15(9), 1156. <https://doi.org/10.3390/educsci15091156>
- Gilligan-Lee, K. A., Flouri, E., & Farran, E. K. (2023). Investigating the role of physical manipulatives in spatial training. *Child Development*, 94(5), 1205–1221. <https://doi.org/10.1111/cdev.13963>
- Große, C. S. (2022). Multiple solutions in dyads or alone – Fostering the acquisition of modeling competencies in mathematics. *Learning and Instruction*, 82, 101683. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2022.101683>
- Guishca Ayala , L. A., Bernal Parraga, A. P., Martínez Oviedo, M. Y., Pinargote Carreño, V. G., Alcívar Vélez, V. E., Pinargote Carreño, V. L., Pisco Mantuano, J. E., Cardenas Pila, V. N., & Guevara Albarracín , E. S. (2024). Integración De La Inteligencia Artificial En La Enseñanza De Matemáticas Un Enfoque Personalizado Para Mejorar El Aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(6), 818-839. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14114

- Iyamuremye, E. (2025). Concrete-Pictorial-Abstract instruction: Enhancing students' learning outcomes in mathematics. *Cogent Education*. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2025.2558303>
- Izagirre, A., Caño, L., & Arguiñano, A. (2020). La competencia matemática en Educación Primaria mediante el aprendizaje basado en proyectos. *Educación Matemática*, 32(3). <https://doi.org/10.24844/em3203.09>
- Loveridge, J., Wood, B. E., Davis-Rae, E., & McRae, H. (2024). Ethical challenges in participatory research with children and youth. *Qualitative Research*, 24(2), 391–411. <https://doi.org/10.1177/14687941221149594>
- Madrid Toapanta, A. L., Véliz Cedeño, M. C., Bernal Párraga, A. P., Toapanta Cadena, S. J., Abad Troya, L., Atarihuana Eras, M. L., & Macias Garcia, S. V. (2024). Estrategias Activas para Mejorar las Competencias Lectoras en Edades Tempranas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 10646-10664. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13205
- Mahmuti, A., & Arifi, A. (2025). Integration of virtual manipulatives for teaching and learning perimeter and area in lower secondary education. *Innovaciencia*, 13(1). <https://doi.org/10.15649/2346075X.5051>
- Miyazaki, Y., Kamata, A., Uekawa, K., & Sun, Y. (2022). Bias for treatment effect by measurement error in pretest in ANCOVA analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 82(6), 1130–1152. <https://doi.org/10.1177/00131644211068801>
- Moreno Badás, A., & García-Terceño, E. M. (2024). Educación inclusiva: propuesta didáctica STEAM integrada para alumnado de Educación Primaria centrada en el aprendizaje de las figuras planas. *Educación Matemática*, 36(3), 274–299. <https://doi.org/10.24844/em3603.10>
- Ochogboju, A. O., & Díez-Palomar, J. (2025). Modeling concrete and virtual manipulatives for mathematics teacher training: A case study in ICT-enhanced pedagogies. *Information*, 16(8), 698. <https://doi.org/10.3390/info16080698>
- Ochugboju, A. O., & Díez-Palomar, J. (2025). Systematic review on the use of virtual and physical manipulatives by primary school teachers. *Social Sciences & Humanities Open*, 12, 102188. <https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.102188>
- Orden Guaman, C. R., Salinas Rivera, I. K., Paredes Montesdeoca, D. G., Fernandez Garcia, D. M., Silva Carrillo, A. G., Bonete Leon, C. L., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Gamificación versus Otras Estrategias Pedagógicas: Un Análisis Comparativo de su Efectividad en el Aprendizaje y la Motivación de Estudiantes de Educación Básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 9939-9957. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13142
- Ponte, R., Viseu, F., Neto, T. B., & Aires, A. P. (2023). Revisiting manipulatives in the learning of geometric figures. *Frontiers in Education*, 8, 1217680. <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1217680>
- Prosser, S. K., & Bismarck, S. F. (2023). Concrete–Representational–Abstract (CRA) instructional approach in an Algebra I inclusion class: Knowledge retention versus students' perception. *Education Sciences*, 13(10), 1061. <https://doi.org/10.3390/educsci13101061>

- Ramos, M., De Sixte, R., Jáñez, Á., & Rosales, J. (2022). Academic motivation at early ages: Spanish validation of the Elementary School Motivation Scale (ESMS-E). *Frontiers in Psychology*, 13, 980434. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.980434>
- Sakurai, J., Ricks, T., Caruana, V., & Moreau, D. (2023). Revisiting tools in numeracy learning: The role of authentic digital tools. *Frontiers in Education*, 8, 1291407. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1291407>
- Schoenherr, J., Strohmaier, A. R., & Schukajlow, S. (2024). Learning with visualizations helps: A meta-analysis of visualization interventions in mathematics education. *Educational Research Review*, 43, 100639. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100639>
- Serrano Aguilar, N. S., Paredes Montesdeoca, D. G., Silva Carrillo, A. G., Pilatasig Patango, M. R., Ibáñez Oña, J. E., Tumbes Cunuhay, L. F., & Bernal Parraga, A. P. (2024). Aprendizaje Híbrido: Modelos y Prácticas Efectivas para la Educación Post-Pandemia. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 10074-10093. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13152
- Solomon, T., Dupuis, A., O'Hara, A., Hockenberry, M.-N., Lam, J., Goco, G., Ferguson, B., & Tannock, R. (2019). A cluster-randomized controlled trial of the effectiveness of the JUMP Math program of math instruction for improving elementary math achievement. *PLOS ONE*, 14(10), e0223049. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0223049>
- Svane, R. P., Willemsen, M. M., Bleses, D., Krøjgaard, P., Verner, M., & Nielsen, H. S. (2023). A systematic literature review of math interventions across educational settings from early childhood education to high school. *Frontiers in Education*, 8, 1229849. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1229849>
- Taplin, S., Chalmers, J., Hoban, B., McArthur, M., Moore, T., & Graham, A. (2019). Children in social research: Do higher payments encourage participation in riskier studies? *Journal of Empirical Research on Human Research Ethics*, 14(2), 126–140. <https://doi.org/10.1177/1556264619826796>
- Troya Santillán, B. N., Troya Santillán, C. M., Guamán Santillán, R., Boza Aspiazu, H. P., Arzube Plaza, D. M., Nivelá Cedeño, A. N., & Bernal Parraga, A. P. (2024). La evaluación: una oportunidad para facilitar el aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 7019-7035. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14121
- Troya Santillán, C. M., Bernal Parraga, A. P., Guaman Santillan, R. Y., Guzmán Quiña, M. de los A., & Castillo Alvare, M. A. (2024). Formación Docente en el Uso de Herramientas Tecnológicas para el Apoyo a las Necesidades Educativas Especiales en el Aula. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 3768-3797. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11588
- Jara Chiriboga, S. P., Valverde Alvarez, J. H., Moreira Pozo, D. A., Toscano Caisalitin, J. A., Yaule Chingo, M. B., Catota Quinauco, C. V., & Bernal Parraga, A. P. (2025). Gamification and English Learning: Innovative Strategies to Motivate Students in the Classroom. *Revista Científica De Salud Y Desarrollo Humano*, 6(1), 1609–1633. <https://doi.org/10.61368/r.s.d.h.v6i1.549>
- Van Breukelen, G. J. P., Candel, M. J. J. M., & Berger, M. P. F. (2023). Cluster randomized trials with a pretest and posttest: Equivalence of four analyses and sample size calculation. *Multivariate Behavioral Research*. <https://doi.org/10.1080/00273171.2023.2240779>

- Vargas Castro , M. F., Cabrera Brown, M. N., Moreira Quiroz, H. B., Martínez Oviedo, M. Y., Bonilla Villegas, T. J., Bernal Parraga, A. P., & Bonilla Villegas, S. I. (2024). Estrategias Psicológicas Para Mejorar La Autoestima Y El Rendimiento Académico En Estudiantes De Educación General Básica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 6930-6945. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14112
- Vessonon, T., Laine, T., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2021). Differential effects of virtual and concrete manipulatives in a fractions intervention. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/19477503.2021.1982586>
- Waddington, H. S., Aloe, A. M., Becker, B. J., Djimeu, E. W., Higgins, J. P. T., Lopez-López, J. A., Montgomery, P., Outhwaite, L., & Valentine, J. C. (2022). Quasi-experiments are a valuable source of evidence about effects of interventions, programs and policies: Commentary from the Campbell Collaboration. *Journal of Clinical Epidemiology*, 147, 163–170. <https://doi.org/10.1016/j.jclinepi.2022.03.020>
- Yaule Chingo , M. B., Suarez Cobos, C. A., Dias Pilatasig, M. J., Olalla Faz, M. I., Zamora Batioja, I. J., Arequipa Molina, A. D., & Bernal Párraga, A. P. (2024). Análisis del Impacto de Estrategias de Inclusión en el Aprendizaje de Niños con Capacidades Especiales. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 5408-5425. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12757
- Zambrano Cobeña, J., & Zambrano Solórzano, T. (2024). Fractales con material concreto: Impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *REFCALE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 12(3). <https://doi.org/10.56124/refcale.v12i3.007>
- Zambrano Vergara, B. J., Bernal Párraga, A. P., Nivelá Cedeño, A. N., García Jiménez , D. I., Guevara Guevara, N. P., & Bravo Alcívar, G. M. (2024). Estrategias de Gestión de Aula para Fomentar el Aprendizaje Autónomo en la Educación Inicial. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(3), 5379-5406. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11745
- Zamora Franco, A. F., Bernal Párraga , A. P., García Paredes, E. B., Herrera Lemus, L. P., Camacho Torres , V. L., Simancas Malla, F. M., & Haro Cedeño, E. L. (2024). Estrategias para Fomentar la Colaboración en el Aula de Matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 616-639. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.12310

Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés

